

Teorijska pitanja:

P1. Iskazati i zapisati generalisani Gausov zakon [2]? Šta je polarizacija dielektrika [1] i kako se definiše vektor polarizacije \mathbf{P} [2]? Kako se definiše energija elektrostatičkog polja [2]?

P2. Izvesti izraz za podužnu kapacitivnost vazdušnog koaksijalnog kondenzatora sa poluprečnicima elektroda a i b , $a < b$ [3].

P3. Ekvivalentna otpornost paralelne veze otpornika R_1 i R_2 je 6Ω . U rednoj vezi odnos

napona na ovim otpornicima je $U_1:U_2=3:2$. Odrediti ove otpornike [3]? Odgovor bez obrazloženja se ne boduje.

P4. Definisati stacionarno strujno polje [1]. Jednačina kontinuiteta za stacionarno strujno polje [2]. Iskazati i zapisati uslov prilagođenja prijemnika po snazi generatoru [2]. Iskazati i zapisati Omov zakon u lokalnom i integralnom obliku [2]

Zadaci:

Z1. Dva jednaka nepokretna punktualna naelektrisanja Q_1 nalaze se u tačkama $O(0,0)$ i $B(2x,0)$ u vakuumu. Obavezno nacrtati sliku (rešenje bez slike se ne boduje).

a) Odrediti jačinu električnog polja [1] i potencijal [2] u tački $M(x,0)$.

b) Iz tačke $C(3x,0)$ pušteno je da iz mirovanja krene malo, pokretno naelektrisanje Q_2 mase m . Odrediti njegovu trajektoriju [1] i brzinu [2] u beskonačnosti.

Podaci: $Q_1=Q_2=10\text{[nC]}$, $m=10\text{[grama]}$, $x=10\text{[cm]}$, i $\epsilon_0=10^{-9}/36\pi\text{[F/m]}$.

Z2. Pločasti kondenzator ispunjen je sa dva homogena, linearna dielektrika relativnih permitivnosti $\epsilon_{r1}=3$ i $\epsilon_{r2}=5$. Razdvojna površina između dielektrika je normalna na obloge i nalazi se tačno na sredini kondenzatora. Površina elektroda je $S=20\text{[cm}^2\text{]}$, a rastojanje između elektroda je $d=1\text{[mm]}$. Naelektrisanja ploča kondenzatora su $Q_1=-Q_2=4\text{[nC]}$. Obavezno nacrtati sliku. Odrediti:

a) Vektor jačine električnog polja [2] u kondenzatoru i napon [2] između elektroda.

b) Kapacitivnost [2] i energiju [2] ovog kondenzatora.

Z3. Napon praznog hoda akumulatora je 12[V] . Nakon priključivanja potrošača otpornosti $5\text{[}\Omega\text{]}$ napon na kontaktima akumulatora je 10[V] . Nacrtati šemu kola (rešenje bez šeme se ne boduje). Odrediti

a) struju kroz potrošač [1],

b) snagu zagrevanja potrošača [1],

c) snagu zagrevanja baterije [1],

d) ako se redno potrošaču veže još jedan isti takav potrošač, kolika je struja kroz bateriju [3]?

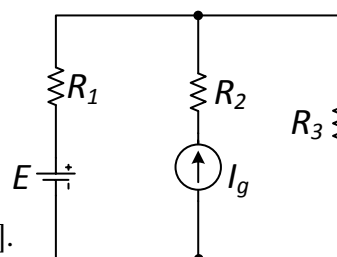
Z4. Za kolo sa slike odrediti:

(a) struju naponskog [2] i napon strujnog generatora [2],

(b) uloženu snagu svakog generatora [2+2] .

(c) snagu termičke disipacije na otporniku R_3 [2]

Podaci: $E=30\text{ [V]}$, $I_g = 1/3\text{ [A]}$, $R_1=30\text{[}\Omega\text{]}$, $R_2=60\text{ [}\Omega\text{]}$ i $R_3=90\text{ [}\Omega\text{]}$.



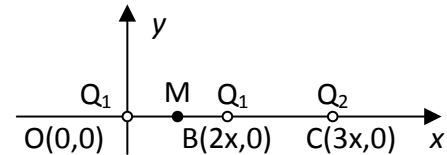
$$\mathbf{P2.} \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \int_S E \cdot dS = E \cdot 2\pi r l = \frac{Q' \cdot l}{\epsilon_0} \Rightarrow E = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \wedge \mathbf{E} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0 r} \mathbf{r}_0, \quad a \leq r \leq b,$$

$$U = V_1 - V_2 = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{Q'}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right), \quad \boxed{C' = \frac{Q'}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}$$

$$\mathbf{P3.} \text{ Paralelna veza: } \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 6 \text{ i redna veza: } \frac{U_1}{U_2} = \frac{IR_1}{IR_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{3}{2}, \text{ sledi } R_1 = 15[\Omega] \text{ i } R_2 = 10[\Omega].$$

Z1. a) $\mathbf{E}_M(x,0)=0$ (zbog simetrije). Superpozicijom za potencijal se dobija:

$$V_M(x,0) = V_M(Q_{1uO}) + V_M(Q_{1uB}) = 2 \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{1}{0.1} = 1800V.$$



$$\mathbf{b)} \Delta E_K = A_{nad Q_2}, \quad m \cdot v_\infty^2 / 2 - m \cdot v_C^2 / 2 = Q_2 (V_C - V_\infty), \quad v_C = 0, \quad V_\infty = 0.$$

$$V_C = V_C|_{Q_1 u O} + V_C|_{Q_1 u B}, \text{ gde su } V_C|_{Q_1 u O} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x} \text{ i } V_C|_{Q_1 u B} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{3x - 2x}$$

$$\Rightarrow V_C = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{3x} + \frac{1}{x} \right] = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4}{3x} = \frac{10 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-9} / 36\pi} \frac{4}{0.3} = 1200V. \text{ Konačno } m \cdot v_\infty^2 / 2 = Q_2 V_C, \text{ pa je}$$

$$v_\infty = \sqrt{\frac{2Q_2 V_C}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \cdot 1200}{10 \cdot 10^{-3}}} \approx 49 \text{ mm/s. Trajektorija je } x \text{ osa.}$$

Z2 Razdvojna površina normalna na ploče kondenzatora, onda je vektor jačine polja tangencijalan na razdvojnu površinu. Iz drugog graničnog uslova sledi:

$$\mathbf{E}_{1tg} = \mathbf{E}_{2tg} \Rightarrow \mathbf{E}_1 = \mathbf{E}_2 = \mathbf{E}, \quad \mathbf{D}_1 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} \mathbf{E} \text{ i } \mathbf{D}_2 = \epsilon_0 \epsilon_{r2} \mathbf{E}. \oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = Q_1,$$

$$\oint_S \mathbf{D} d\mathbf{S} = \int_{S/2} \mathbf{D}_1 d\mathbf{S} + \int_{S/2} \mathbf{D}_2 d\mathbf{S} = D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = Q_1.$$

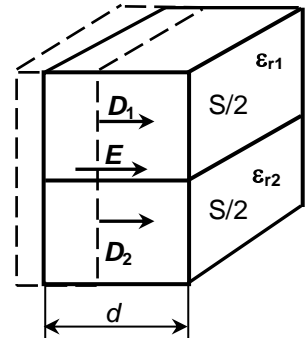
$$D_1 S / 2 + D_2 S / 2 = \epsilon_0 \epsilon_{r1} E \cdot S / 2 + \epsilon_0 \epsilon_{r2} E \cdot S / 2 = \epsilon_0 S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}) E = Q_1,$$

$$E = \frac{Q_1}{\epsilon_0 \cdot S / 2 \cdot (\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2})} = \frac{4 \cdot 10^{-9}}{(10^{-9} / 36\pi) \cdot (20 \cdot 10^{-4} / 2) \cdot (3 + 5)} = 56.55 [\text{KV/m}].$$

$$U = E \cdot d = 56.55 \cdot 10^3 [\text{V/m}] \cdot 1 \cdot 10^{-3} [\text{m}] = 56.55 [\text{V}]$$

$$C = Q_1 / U = \epsilon_0 \epsilon_{r1} (S/2) / d + \epsilon_0 \epsilon_{r2} (S/2) / d = 70.7 [\text{pF}]$$

$$W_C = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot 70.7 \cdot 10^{-12} \cdot 56.55^2 = 113 [\text{nJ}].$$



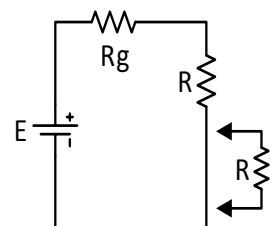
Z3. Ems akumulatora, $E=12V$. $U=10V$ je napon na potrošaču od $R=5\Omega$, pa je struja kroz kolo $\mathbf{I=U/R=10/5=2A}$.

$$U = E - R_g I, \text{ pa je } R_g = 1\Omega.$$

$$P = R I^2 = 5 \cdot 2^2 = 20 \text{ W} = P.$$

$$P_g = R_g I^2 = 1 \cdot 2^2 = 4 \text{ W} = P_g.$$

Ukupno opterećenje akumulatora je sada $R_u = R + R = 2R = 10\Omega$, pa je struja $I = E / (R_g + R_u) = 12 / (1 + 10) = 12/11 = 1.1 \text{ A}$.



Z4) Metodom potencijala čvorova dobijamo:

$$\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3}\right)V_A = I_g + \frac{E}{R_1}$$

$$\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{90}\right)V_A = \frac{1}{3} + \frac{30}{30}, \quad \frac{4}{90}V_A = \frac{40}{30}, \quad V_A = \frac{4}{3} \frac{90}{4} = 30[\text{V}].$$

Struja $I_4 = \frac{V_A}{R_3} = \frac{30}{90} = \frac{1}{3}[\text{A}]$, I KZ za čvor A: $-I_E - I_g + I_3 = 0$

$$I_E = I_3 - I_g = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$$

Napon na I_g je $U_g - I_g R_2 = V_A$, $U_g = V_A + I_g R_2 = 30 + \frac{1}{3} 60 = 50[\text{V}]$

$P_E = E \cdot I_E = 0[\text{W}]$

b) $P_{I_g} = U_g I_g = 50 / 3 = 16.67[\text{W}]$

c) $P_3 = \frac{V_A^2}{R_3} = \frac{30^2}{90} = \frac{900}{90} = 10[\text{W}].$

Provera: $P_2 = I_g^2 R_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 60 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3} = 6.67[\text{W}]$

